donc d'après le tableau des variations de g, on a : $\forall x \in [0,+\infty[$, $g(x) \leq 0$.

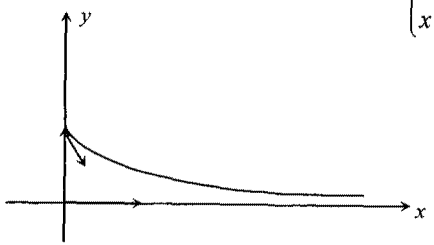
4°/ f est définie, continue et dérivable sur $[0,+\infty[$;

$\forall x \in]0,+\infty[$, $f'(x) = \dfrac{e^x - 1 - xe^x}{(e^x-1)^2} = \dfrac{g(x)}{(e^x-1)^2} < 0$

x	0	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	
$f(x)$	1 ↘	0

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{\dfrac{e^x}{x} - \dfrac{1}{x}} = 0$ car $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x}{x} = +\infty$

• C_f admet une demi tangente T au point $x_0 = 0$, $T : \begin{cases} y = \dfrac{-1}{2}x + 1 \\ x > 0 \end{cases}$



Solution 3 :

1°/• $\forall x \in \mathbf{R}$, $e^x + e^{-x} > 0$ d'où $e^x + e^{-x} \neq 0$ pour tout réel donc $D_f = \mathbf{R}$

.

• $-1 - f(x) = -1 - \dfrac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} = \dfrac{-e^{-x} - e^{-x} - e^x + e^{-x}}{e^x + e^{-x}} = \dfrac{-2e^x}{e^x + e^{-x}} < 0$

d'où $\forall x \in \mathbf{R}$, $-1 < f(x)$.

• $f(x) - 1 = \dfrac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} - 1 = \dfrac{e^x - e^{-x} - e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} = \dfrac{-2e^{-x}}{e^x + e^{-x}} < 0$

d'où $\forall x \in \mathbf{R}$, $f(x) < 1$

Conclusion : $\forall x \in \mathbf{R}$, $-1 < f(x) < 1$.